ÁRBOLES: BÚSQUEDAS Y OPTIMIZACIÓN
ENTREGA 2

ÁRBOLES

1. Sea T un árbol de orden 21 cuyo conjunto de grados es {1, 3, 5, 6}. Si T tiene 15 hojas y un vértice de grado 6. ¿Cuántos vértices de grado 5 tiene?

Solución:

$$\begin{cases} 15.1 + 1.6 + x.3 + y.5 = \sum_{1}^{n} \delta(v) = 2\,(n-1) = 40 \\ 15 + 1 + x + y = 21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 5y = 19 \\ x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow x = 3, y = 2$$

2. Un árbol con raíz T = (V, A) posee 10 vértices de grado 5, 8 vértices de grado 4, 12 vértices de grado 3, 10 vértices de grado 2 y no posee vértices de grado superior a 5, ¿cuántas hojas posee?

Solución:

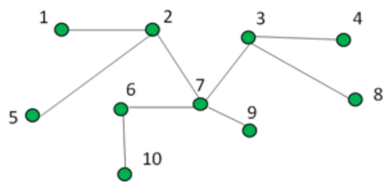
Sea k el número de hojas del árbol T, entonces

$$2q = \sum_{1}^{n} \delta(v) = 10.5 + 8.4 + 12.3 + 10.2 + k = 138 + k$$

$$2\,(n-1) = 2(40 + k - 1) = 78 + 2k \Rightarrow k = 60$$

ÁRBOLES ETIQUETADOS

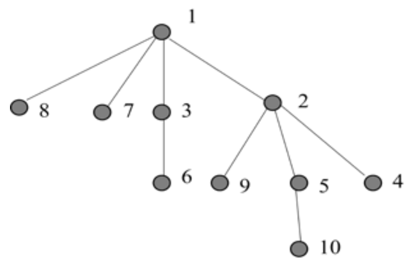
3. Construir el código de Prüfer del siguiente árbol etiquetado:



Solución: *C* = [2, 3, 2, 7, 3, 7, 7, 6]

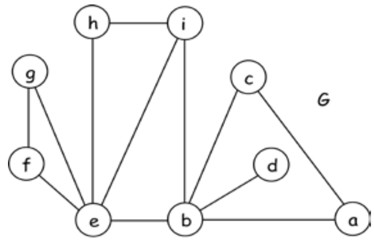
4. Construir el árbol correspondiente al código de Prüfer [2, 3, 1, 1, 1, 2, 2, 5] y escribir su sucesión de grados.

Solución: d = [4, 4, 2, 1, 2, 1, 1, 1, 1, 1], A_T = [24, 36, 13, 17, 18, 21, 29, 52, 10-5]

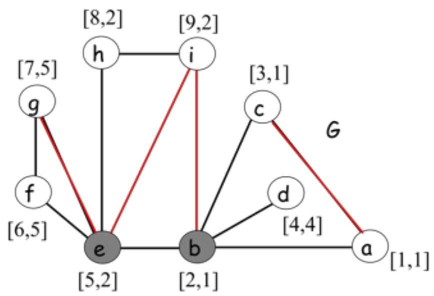


ÁRBOLES DE BÚSQUEDA

5. Aplicar al grafo *G* de la figura el algoritmo de búsqueda en profundidad, (empezando en el vértice a y eligiendo los vértices por orden alfabético), e indicar el doble etiquetado de cada vértice. Detectar los vértices-corte y las aristas puente de *G* a partir del doble etiquetado.



Solución:



Vértices	Etiquetas de los vértices	Aristas de retroceso
a	[1, 1]	
b	[2, 1]	
c	[3, 1]	ca
d	[4, 4]	
e	[5, 2]	
f	[6, 5]	
g	[7, 5]	ge
h	[8, 2]	
i	[9, 2]	ie, ib

b es vértice – corte puesto que no es raíz del árbol BEP y tiene un hijo e en el árbol tal que $2 = df(b) \leq low(e) = 2$.

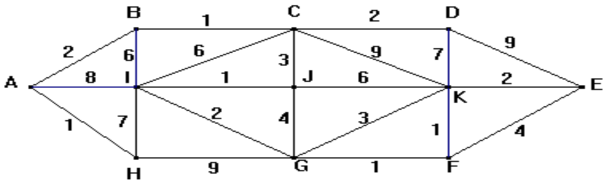
e es vértice – corte puesto que no es raíz del árbol BEP y tiene un hijo f en el árbol tal que $2 = df(e) \leq low(f) = 2$.

bd es arista puente puesto que $2 = df(b) < low(d) = 4$.

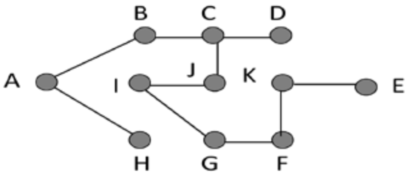
ÁRBOL GENERADOR MÍNIMO

6. En el grafo de la figura se muestra un sistema de carreteras que se quiere construir, los vértices representan ciudades y las aristas las carreteras a considerar para conectarlas. Si cada arista

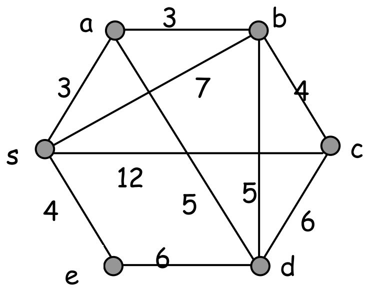
tiene un peso que indica el coste de construcción, determinar las carreteras que deberán construirse para que el coste de construcción sea mínimo, utilizando el algoritmo de Kruskal:



Solución:



7. La empresa Concable decide instalar una red de fibra óptica entre sus centros de trabajo y el coste del tendido de cable entre ellos figura en el grafo adjunto. Construir la red de coste mínimo, aplicando el algoritmo de Prim.



Solución

A_T = [sa, ab, bc, se, ad]

s	a	b	c	d	e
0	3, s	7, s			4, s
		3, a		5, a	4, s
			4, b	5, a	4, s
				5, a	4, s
				5, a	